**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**

**высшего образования**

**«ПЕТРОЗАВОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**(ПетрГУ)**

# ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И

# ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

УТВЕРЖДЕНА

методической комиссией

института математики и информационных технологий ПетрГУ

Протокол №

от «\_\_\_» 2018 г.

Директор института математики и информационных технологий

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Н.Ю.Светова

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2018 г.

ПРОГРАММА

государственного междисциплинарного экзамена

по направлению бакалавриата

01.03.01 Математика

на 2018/2019 уч. год

Петрозаводск

2018

Программа составлена на основе Положения о проведении ГИА по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, специалитета и магистратуры в ПетрГУ, Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению «Математика», утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 07.08.2014 г. № 943 и учебным планом по направлению подготовки бакалавриата 01.03.01 «Математика».

В программе представлены разделы по блоку базовых дисциплин основной образовательной программы (ООП): алгебра, математический анализ, аналитическая геометрия, топология, дифференциальные уравнения, функциональный анализ, комплексный анализ, теория вероятностей и математическая статистика.

Каждый билет содержит два теоретических вопроса и одну задачу по теме, входящей в программу государственного экзамена. В качестве вопросов формулируются основные теоретические положения, предполагающие их развернутое обоснование при ответе.

**1. Форма проведения итогового междисциплинарного экзамена.**

Государственный экзамен проводится в устной форме. Каждый билет содержит два теоретических вопроса и одну задачу по теме, входящей в программу государственного экзамена. В качестве вопросов формулируются основные теоретические положения, предполагающие их развернутое обоснование при ответе.

**2. Содержание программы экзамена**

**Список теоретических вопросов**

**Алгебра**

1. Действия над матрицами. Обратная матрица. Ранг матрицы. Определители: геометрический смысл, свойства, вычисление.
2. Системы линейных алгебраических уравнений. Теоремы Кронекера-Капелли и Крамера.
3. Линейные конечномерные пространства. Евклидовы пространства. Ортонормированный базис. Неравенство Коши-Буняковского.
4. Линейные операторы в конечномерном пространстве. Собственные векторы и собственные значения. Условия приводимости матрицы линейного оператора к диагональному виду.

**Аналитическая геометрия**

1. Векторы на плоскости и в пространстве. Операции над векторами. Базис. Аффинные и прямоугольные системы координат.
2. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов в . Основные свойства.
3. Прямая и плоскость в пространстве.
4. Кривые второго порядка. Приведение уравнений кривых второго порядка к каноническому виду.

**Топология**

1. Топологические пространства. Открытые и замкнутые подмножества. Критерий замкнутости. Открытые подмножества метрического пространства.

**Математический анализ**

1. Предел числовой последовательности. Предел функции одной переменной. Замечательные пределы.
2. Непрерывность функции одной переменной. Теоремы Коши и Вейерштрасса о непрерывных на отрезке функциях.
3. Производная и дифференциал функции одной переменной. Правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функций. Производные и дифференциалы высших порядков.
4. Возрастание и убывание функций. Условия экстремума. Выпуклость и вогнутость функции, точки перегиба.
5. Определенный интеграл Римана. Условия интегрируемости функции по Риману. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
6. Дифференцируемые функции нескольких переменных. Производная по направлению и градиент.
7. Кратные (двойной и тройной) интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному.
8. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
9. Числовой ряд, сходимость ряда. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости положительных рядов.
10. Знакопеременные числовые ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница сходимости ряда.
11. Функциональные ряды. Равномерная сходимость функционального ряда. Свойства суммы равномерно сходящегося ряда.
12. Степенные ряды. Теорема Абеля. Область сходимости степенного ряда. Ряд Тейлора.

**Дифференциальные уравнения**

1. Дифференциальные уравнения первого порядка: основные понятия и определения, геометрическая интерпретация. Существование и единственность решения задачи Коши. Элементарные методы интегрирования уравнений с разделяющимися переменными, линейных, в полных дифференциалах.
2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Общие свойства, структура общего решения. Элементы теории колебаний (уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами).
3. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Матричная экспонента, общее решение. Фазовый портрет однородной системы на плоскости.
4. Элементы качественной теории дифференциальных уравнений: динамические системы, свойства фазовых траекторий, устойчивость движения (формулировки теорем Ляпунова).

**Комплексный анализ**

1. Области регулярности функций комплексного переменного exp z, sin z, cos z, ln z, z^\alpha (доказательство для exp z).
2. Основная теорема высшей алгебры.
3. Теорема единственности для регулярных функций.

**Функциональный анализ**

1. Полные метрические пространства. Теорема Банаха о неподвижной точке для сжимающих отображений в метрических пространствах.
2. Общий вид линейного непрерывного функционала в гильбертовом пространстве.

**Теория вероятностей**

1. Аксиоматическое определение вероятности. Операции над событиями. Свойства вероятности. Классическое определение вероятности.
2. Условные вероятности. Независимые события. Формула полной вероятности и формула Байеса.
3. Повторение независимых испытаний. Формула Бернулли. Предельные теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа (локальная и интегральная).
4. Случайные величины. Закон распределения случайной величины. Функция распределения. Плотность распределения непрерывной случайной величины. Числовые характеристики закона распределения случайной величины.
5. Биномиальное распределение, распределение Пуассона. Равномерное, нормальное распределения.
6. Выборки и их описание. Вариационный ряд. Гистограмма. Эмпирическая функция распределения. Эмпирические оценки параметров распределения (точечные и интервальные).
7. Виды сходимости последовательностей случайных величин. Закон больших чисел для независимых одинаково распределенных случайных величин.

**3. Список тем и примеров практических заданий**

**Математический анализ**

1. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1972.
2. Дифференциальное исчисление для функции одной переменной. №№ 1073, 1251, 1262.
3. Исследование функций. Возрастание и убывание функции. Направление вогнутости. Экстремумы. №№ 1289, 1297, 1314, 1447, 1456, 1467, 1561, 1565.
4. Формула Тейлора и раскрытие неопределенностей. №№ 1398, 1403.
5. Неопределенный интеграл. №№ 1828.
6. Определенный интеграл и его приложения. №№ 2404, 2440, 2281,2418.
7. Числовые ряды. №№ 2619, 2677, 2698.
8. Функциональные ряды. №№ 2746-2748, 2774, 2775, 2869, 2944.
9. Функции нескольких переменных.. №№ 3202, 3203, 3230, 3251-3253, 3343, 3551.
10. Экстремумы функций нескольких переменных. №№ 3644, 3662, 3676.
11. Интегралы, зависящие от параметра. №№ 3732 3755.1-3755.3, 3793, 3808, 3812, 3853, 3882.

**Дифференциальные уравнения**

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям (любое издание). Задачи типа: 52, 56, 58, 101-105, 140-150, 186-190, 534-543, 786-790.

**Комплексный анализ**

Задачи на вычисление значений элементарных функций типа 1.66 - 1.74 по задачнику Л.И. Волковыский и др. Сборник задач по теории функций комплексного переменного, М. 2006.

**Теория вероятностей**

Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В. Е. Гмурман.- М.: Высшая школа, 2003, Гл.1, Гл.2, Гл.3 п.1, Гл.4 п.1,3,4, Гл.6 п.1-6, Гл.9 п.1-2, Гл.10 п.1.

**4. Список рекомендованной литературы**

**Алгебра**

1. Александров П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник. - Изд. 2-е, стер. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2009
2. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1968.
3. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры. М.: Наука, 1970.

**Аналитическая геометрия**

1. [Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии](http://mf.petrsu.ru/_lib/Efimov_2005b.djvu). М.: Физматлит, 2005.

**Топология**

1. Федорчук В.В., Филиппов В.В. Общая топология. М.: Физматлит, 2006.

**Математический анализ**

1. Зорич В. А. Математический анализ: в 2 т. М.: Наука, 1981.
2. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа в 3 томах. М.: Физматлит, 2003.

**Дифференциальные уравнения**

1. Матвеев Н.М.: Любые из многочисленных изданий книг и задачников по дифференциальным уравнениям.
2. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения, М.: Наука, 1985.
3. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Физматлит, 2005.
4. Агафонов С.А., Герман А.Д., Муратова Т.В. Дифференциальные уравнения. МГТУ им. Баумана, 2004.
5. Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1982.
6. Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1984.
7. Бибиков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Высшая школа, 1991.

**Комплексный анализ**

1. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ, часть 1. (любой год издания).

**Функциональный анализ**

1. Колмогоров, А. Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1989.

**Теория вероятностей**

1. Боровков А. А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1986.
2. Бочаров П. П. Теория вероятностей. Математическая статистика : Учебное пособие. - Москва : Гардарика, 1998.
3. [Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика](http://mf.petrsu.ru/_lib/Gmurman_2003b.djvu) / В. Е. Гмурман.- М.: Высшая школа, 2003.
4. Ивченко Г. И., Медведев Ю.И. Математическая статистика: Учебное пособие. М.: Высшая школа, 1984.